

Christoph Ableitinger, Stefan Götz, Kata Sebök, Christian Spreitzer, Roland Steinbauer

Lehrprojekt

Mathematikunterricht zwischen Theorie und Praxis

Überblick Lehramtsstudium im Verbund Nord-Ost: 1. und 2. Semester

Semester	Modul	LVA	ECTS
1	UF MA 01 StEOP- Modul UF	VO + PUE Einführung in die Mathematik	7
1	UF MA 02 Aspekte der Mathematik	VO Aspekte der Mathematik	3
2	UF MA 03 Geometrie	VO Geometrie und lineare Algebra für das Lehramt	8
2	UF MA 03 Geometrie	UE Geometrie und lineare Algebra für das Lehramt	4

Überblick Lehramtsstudium im Verbund Nord-Ost: 3. und 4. Semester

3	UF MA 03 Geometrie	UE Schulmathematik Elementargeometrie und Vektorrechnung oder UE Schulmathematik Elementare und Konstruktive Geometrie	2
3	UF MA 07 Fachdidaktik	PR Praktikum zum Computereinsatz im	5
		Fachlich	Fachdidaktisch
	Vorher	<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie • Lineare Algebra 	Aspekte der Mathematik
3	Begleitend	Analysis in einer Var.	<ul style="list-style-type: none"> • Einführung in die FD • PR Computereinsatz • SE Unterrichtsplanung
4			
4	UF MA 04 Analysis	UE Analysis in einer Variable für das Lehramt	4
4	UF MA 07 Fachdidaktik	SE Seminar zur Unterrichtsplanung	3

Die Doppelte Diskontinuität nach F. Klein

„Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkte mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat, und natürlich vergisst er daher all diese Dinge rasch und gründlich.

Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er diese Aufgabe kaum selbständig mit der Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die althergebrachte Unterrichtstradition aufnehmen.“

(Felix Klein: *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*. Drei Bände. B. G. Teubner, Leipzig 1908, S. 1.)



Daraus resultierende Fragen

Rolle und Stellenwert der **Fachausbildung** im Rahmen des **Lehramtsstudiums**:

- Wie wird Mathematik im Lehramt unterrichtet?
- Wie soll Mathematik im Lehramt unterrichtet werden?
- Welche / Wie viel Mathematik gehört ins Lehramt?

Wie bilden wir Lehrkräfte am besten aus, damit sie ihr Fachwissen im Unterricht nutzbar machen können? → Sinnstiftung!

Hintergrund: **Epistemologische Beliefs** der Studierenden

1. zum Wesen der Mathematik
2. zum Lehren und Lernen von Mathematik
3. zur Natur mathematischer Leistungen
4. vorbereitet zu sein, um als professionelle Lehrkraft zu arbeiten

Mathematische Tätigkeiten / unterrichtliche Handlungsanforderungen an Lehrkräfte (Auswahl)

- Ziele setzen und ausschärfen
- Lehrbuchzugänge analysieren / bewerten
- Repräsentationen von Inhalten auswählen und verwenden
- Aussagen von Schüler:innen evaluieren/analysieren
- Aufgaben reskalieren

(Ball & Bass, 2003; Prediger, 2009)

Fazit:

fachinhaltliche Ausbildung konsequent(er) am späteren didaktischen Handeln orientieren

Konsequenzen für die Ausbildung und ein mögliches Ziel

Wer geeignete Darstellungen / Exaktheitsstufen für Lernende auswählen soll, muss in der Lage sein, einen **mathematischen Zusammenhang**

- auf **unterschiedlichen Stufen** und
- in **unterschiedlichen Repräsentationen** darzustellen und
- deren **Chancen** bzw. **Möglichkeiten** und **Grenzen** zu reflektieren.

Dies erfordert eine **hohe Flexibilität** im Umgang mit mathematischen Inhalten, die **nicht erworben** werden kann, wenn sich die Lehrveranstaltung **ausschließlich in symbolischen Darstellungen und axiomatischen Herleitungszusammenhängen** bewegt (Prediger, 2009).

Fachliche Inhalte müssen im Bewusstsein von Lehrkräften geeignet repräsentiert sein, damit diese in der Lage sind, fachbezogene Lernprozesse möglichst wirksam anzustoßen und zu begleiten (Prediger & Hefendehl-Hebeker, 2016).

Aktuelle Ansätze im Lehramtsstudium 1

Schnittstellenaufgaben (Bauer, 2009 und andere) sind
Übungsaufgaben, die explizit eine **Brücke zwischen Schul- und Hochschulmathematik** schlagen

Schnittstellenaufgabe: Verbale Umformulierungen der Grenzwertdefinition.

Im Schulkontext ist es wichtig, *gute* verbale Umformulierungen der Grenzwertbedingung zu verwenden. Insbesondere müssen Lehrer*innen richtige von falschen Schüler*innenäußerungen unterscheiden können.

Diskutiere daher welche der folgenden Umformulierungen der Grenzwertdefinition für eine reelle Folge zutreffend sind. Begründe oder gib ein Gegenbeispiel!

Eine Folge x_n konvergiert gegen x , falls

- (a) sie sich x immer mehr annähert.
- (b) sie sich x immer mehr annähert, ohne x je zu erreichen.
- (c) sie x schließlich beliebig nahe kommt.
- (d) sie x schließlich beliebig nahe kommt, ohne x je zu erreichen.
- (e) in einer ε -Umgebung von x alle Folgenglieder x_n liegen.
- (f) in jeder ε -Umgebung von x unendlich viele Folgenglieder x_n liegen.
- (g) in einer ε -Umgebung von x alle bis auf endlich viele Folgenglieder x_n liegen.

(Steinbauer, 2024)

Aktuelle Ansätze im Lehramtsstudium 2

Unterrichtsmomente (Prediger, 2009)

Realistische Unterrichtsszenen (z. B. Schüler*innenfragen, etc.) als Ausgangspunkt:

1. Frage nach mathematischer Lösung
2. Verständige und hilfreiche Antwort an Lernende

Empirische Begleitforschung (Weber, Dreher, Heinze, Lindmeier, 2021):

Studierende erkennen Unterrichtsrelevanz; Prüfungsergebnisse stabil

Zum Beispiel:

1. Ist $f: f(x) = \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) an der Stelle 0 stetig?
2. Ist $\sqrt{4} = \pm 2$ in \mathbb{R} ?
3. Welche (ebenen) Vierecke haben einen Umkreis?
4. Wie erkenne ich, ob eine lineare Gleichung in zwei Variablen $ax + by = c$ ganzzahlige Lösungen hat?
5. Was versteht man unter a^x mit $a > 0$ und $x \notin \mathbb{Q}$?
6. Wieso heißen die Kegelschnitte so? Was hat das mit $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ zu tun? Und mit $f: f(x) = \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$)?

Aktuelle Ansätze im Lehramtsstudium 3

Explizites Ansprechen der mentalen Repräsentationen mathematischer Inhalte, z. B. im Rahmen von Schulmathematik-Vorlesungen (Kramer, Süss-Stepancik, Steinbauer, 2018)

Empirische Begleitforschung: BELLA-Projekt (Ableitinger, Anger, Götz, Süss-Stepancik, Steinbauer): Verbesserte (Grund)vorstellungen von Lehramtsstudierenden

- **Vier Masterarbeiten** zu
 - ✓ Grenzwert einer reellen Folge (Paradeis)
 - ✓ Stetigkeit einer reellen Funktion (Spannagl)
 - ✓ Differenzierbarkeit einer reellen Funktion (Spannagl, Hörler)
 - ✓ Bestimmtes und unbestimmtes Integral (Achleitner)
- **Publikationen (Auszug):**
 - ✓ Vorstellungen von Lehramtsstudierenden zum Grenzwertbegriff. *mathematica didactica*, Bd. **45** (2022), 21 Seiten. DOI <https://doi.org/10.18716/ojs/md/2022.1620>
 - ✓ Perceptions of continuity of pre-service teachers in Austria. In: P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.) (2023), *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (pp. 3403--3410). Alfred Rényi Institute of Mathematics and ERME.
 - ✓ Grundvorstellungen zum Konzept der Differenzierbarkeit von angehenden Mathematiklehrer*innen. Erscheint in: J. Sjuts, & E. Vásárhelyi (Hrsg.) (2024), *Mathematikdidaktische Impulse aus Vergangenheit und Gegenwart* (16 Seiten). Band 6 der Reihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“. Münster: WTM.

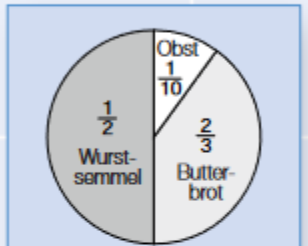
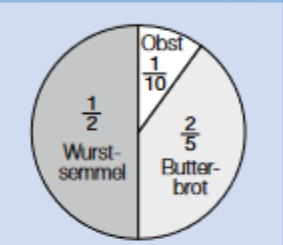




Verschränkungen Fachdidaktik – Schulpraxis

Neue verordnete Konzepte: IKM^{plus}

Kompetenzstrukt

Mat

$\frac{1}{10}$ der Kinder einer Klasse essen zur Jause Obst, $\frac{2}{5}$ der Kinder ein Butterbrot und die restlichen Kinder eine Wurstsemmel.
Welches Kreisdiagramm stellt diesen Sachverhalt richtig dar?

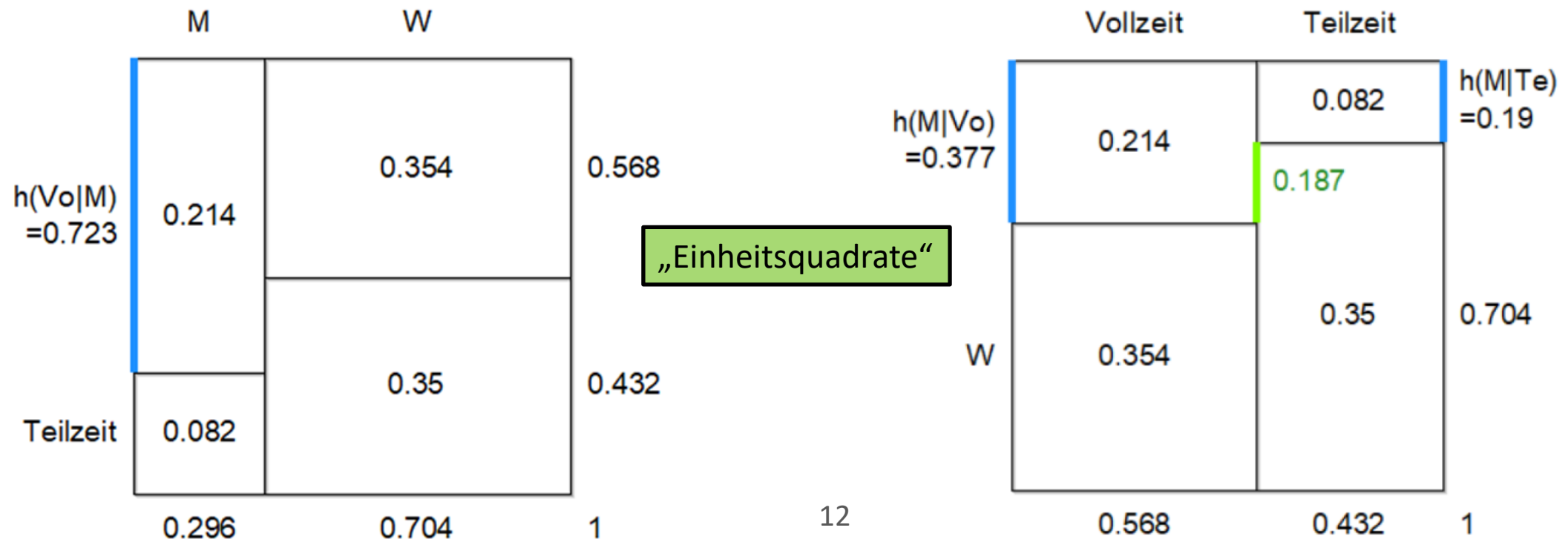
		Handlungsbereiche			
		H 1 Darstellen, Modellbilden	H 2 Rechnen, Operieren	H 3 Interpretieren	H 4 Argumentieren, Begründen
Inhaltsbereiche	I 1 Zahlen und Maße				
	I 2 Variable, funktionale Abhängigkeiten	Die Abbildung zeigt, was die Kinder einer Klasse zur Jause essen. Welcher Fehler wurde beim Erstellen des Diagramms gemacht?			
	I 3 Geometrische Figuren und Körper		Die Klasse besuchen insgesamt 20 Kinder. Das Diagramm zeigt, was es heute zur Jause gibt. Wie viele Kinder essen ein Butterbrot?		In einer Klasse mit 20 Kindern wird mithilfe einer Strichliste gezeigt, was die Kinder zur Jause essen. Strichliste: Butterbrot: ### III Wurstsemmel: ### ### Obst: ### ### II Warum eignet sich ein Kreisdiagramm zur Darstellung der Tabelle hier nicht?
	I 4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen				

Neue Inhalte: „Darstellen, Ergänzen und Interpretieren von absoluten und relativen Häufigkeiten in Kreuztabellen, insbesondere in **Vierfeldertafeln**“ (Lehrplan Mathematik für die **Sekundarstufe I, 8. Schulstufe**)

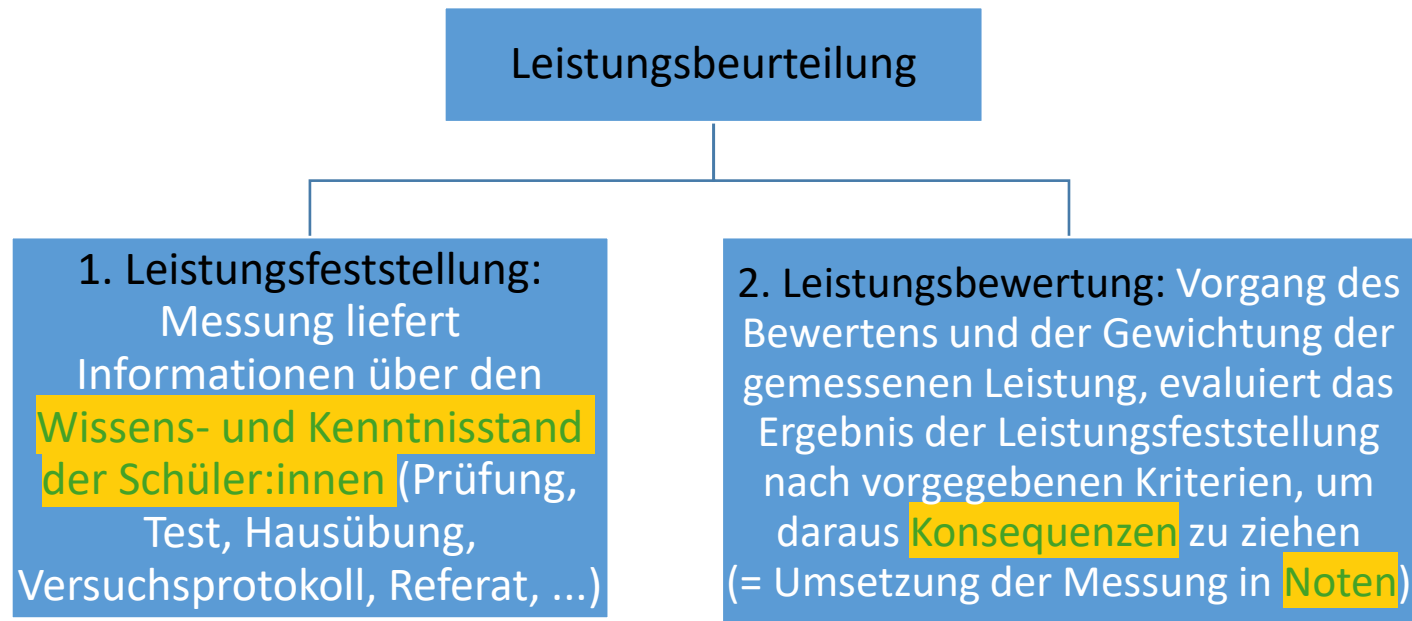
	männlich (M)	weiblich (W)
Vollzeit (V)	60	99
Teilzeit (T)	23	98

Anzahl (in Tausend, gerundet) der voll- und teilzeitbeschäftigten Personen im Bereich **Erziehung und Unterricht** im Jahr 2022 in Österreich

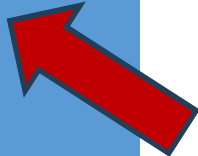
Statistik Austria: https://www.statistik.at/fileadmin/pages/263/11_Teilzeitarbeit_Teilzeitquote_2022.ods, Tabelle 5



Schnittstelle zur Bildungswissenschaft: Leistungsbeurteilung



Leistungsbeurteilung hat gemäß der LBVO

- sowohl eine **lernförderliche formative**
 - als auch eine **ergebnisorientierte summative** Funktion.
- 

[Schmidinger, Hofmann & Stern 2015: 59]

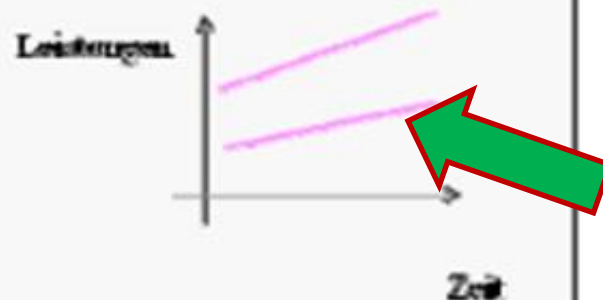
Angebot der Fachdidaktik: Differenzierter Unterricht

Was leistet effektive Differenzierung?

Homogenisierung
der Lernstände?



Oder Weiterschreiten
in individuellen Tempi?



**Explorieren, Muster erkennen,
Verallgemeinern:** Möglichst viele
Stammbrüche finden, deren Summe
wieder ein Stammbruch ist.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10}$$

Ziele des Lehrprojekts „Mathematikunterricht zwischen Theorie und Praxis“

1. fachliche und fachdidaktische Ausbildungsinhalte schon frühzeitig mit schulpraktischen Erfahrungen in Verbindung bringen
2. konkrete Situationen aus dem Mathematikunterricht als Ausgangspunkte für fachliche und fachdidaktische Reflexionen verwerten
3. die Erfahrung im Dienst stehender Mathematiklehrkräfte (aus unterschiedlichen Schultypen) als Expert*innen für die Übertragung fachlichen und fachdidaktischen Wissens in die Schulpraxis nutzen

→ eine Haltung bei den Studierenden fördern, fachliche und fachdidaktische Ausbildungsinhalte als relevant für die berufliche Praxis wahrzunehmen und so einen Nährboden, eine Motivation schaffen für künftige Lehrveranstaltungen im Studium

Projektteam

Organisation und Seminarleitung



Christoph Ableitinger, U Wien



Stefan Götz, U Wien



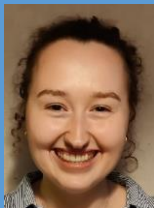
Kata Sebök, U Wien



Christian Spreitzer, PH NÖ



Roland Steinbauer, U Wien



Elisabeth Streuselberger, U Wien

Lehrkräfte - Schulen



Ben Balnik, BRG 14 Linzer Straße



Cornelia Hahn, VBS Wendstattgasse

Sophie Rusznak, BG13 Fichtnergasse



Andreas Grimm, Gymn. am Augarten



→ vier voneinander unabhängige Einheiten

Konkrete Umsetzung 1

WiSe 2024/25:

zweiteiliges Seminar (4 SWS, 8 ECTS, 20 Studierende im 3. Sem.)

Fachliche und fachdidaktische
Vorbereitung

Schulpraktische Umsetzung und
didaktische Reflexion

Vier Blöcke mit gleichem Aufbau:

Je 3 UE (á 90') fachliche und
fachdidaktische Vorbereitung eines
bestimmten Themas:

- Sachanalyse,
- Zugänge,
- Vorstellungen,
- Materialien, etc.

Hospitation einer Unterrichtsstunde:

Lehrkraft verlegt Unterricht mit eigener Klasse in die
SkyLounge, Studierende beobachten

- 1 UE (90') Reflexion, gemeinsam mit Lehrkraft
- 1 UE (90') Videostudium ausgewählter Szenen,
Analyse der Rolle fachdidaktischen und fachlichen
Wissens

Konkrete Umsetzung 2

Seminar zur Unterrichtsplanung (2 SWS, 3 ECTS, selbe Studierendekohorte)

SoSe 2025:

2 UE (à 90') Input zur Unterrichtsplanung

2 UE (à 90') Planen einer Unterrichtsstunde (zwei Studierende als Team)

5 UE (à 90') Probeweise Durchführung eines Teils der Stunde im Seminar
(noch ohne Schüler*innen)

Unterricht in einer der vier Kooperationsschulen (organisiert durch die
Projekt-Lehrkräfte) inkl. Videoaufzeichnung

4 UE (à 90') Reflexion des Unterrichts im Seminar anhand Kurzvideos (inkl. Projekt-
Lehrkraft) – Erkennen der eigenen fachlichen und fachdid. Bedürfnissituation

Lehrprojekt „Mathematikunterricht zwischen Theorie und Praxis“

Vielen Dank für Ihr / Dein Interesse!